AIDE-MÉMOIRE D'ANALYSE

Développements limités en 0
Développements en séries entières

DL$_0$		DSE	
$1+\frac{z}{1!}+\frac{z^2}{2!}+O(z^3)$	e^z	$\sum\limits_{n\geqslant 0}\frac{z^n}{n!}$	$\mathbb{C}$
$x+\frac{x^3}{3!}+O(x^5)$	$\operatorname{sh} x$	$\sum\limits_{n\geqslant 0}\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	$\mathbb{R}$
$1+\frac{x^2}{2!}+O(x^4)$	$\operatorname{ch} x$	$\sum\limits_{n\geqslant 0}\frac{x^{2n}}{(2n)!}$	$\mathbb{R}$
$x-\frac{x^3}{3!}+O(x^5)$	$\sin x$	$\sum\limits_{n\geqslant 0}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	$\mathbb{R}$
$1-\frac{x^2}{2!}+O(x^4)$	$\cos x$	$\sum\limits_{n\geqslant 0}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}$	$\mathbb{R}$
$1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+O(x^3)$	$(1+x)^\alpha$	$1+\sum\limits_{n\geqslant 1}\frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}x^n$	$]-1;1[$
$1+z+z^2+O(z^3)$	$\frac{1}{1-z}$	$\sum\limits_{n\geqslant 0}z^n$	$\lvert z\rvert<1$
$-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+O(x^4)$	$\ln(1-x)$	$-\sum\limits_{n\geqslant 1}\frac{x^n}{n}$	$[-1;1[$
$1-z+z^2-z^3+O(z^4)$	$\frac{1}{1+z}$	$\sum\limits_{n\geqslant 0}(-1)^n z^n$	$\lvert z\rvert<1$
$x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+O(x^5)$	$\ln(1+x)$	$\sum\limits_{n\geqslant 1}(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}$	$]-1;1]$
$x-\frac{x^3}{3}+O(x^5)$	$\operatorname{Arctan} x$	$\sum\limits_{n\geqslant 0}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$	$[-1;1]$
$x+\frac{1}{3}x^3+\frac{2}{15}x^5+O(x^7)$	$\tan x$	$\varnothing$	

Dérivées

x^n	$\longrightarrow$	nx^{n-1}	$(n\in\mathbb{Z})$	$\mathbb{R}^*$
x^α	$\longrightarrow$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$(\alpha\in\mathbb{R})$	$\mathbb{R}_+^*$
$e^{\alpha x}$	$\longrightarrow$	$\alpha e^{\alpha x}$	$(\alpha\in\mathbb{C})$	$\mathbb{R}$
a^x	$\longrightarrow$	$a^x\ln a$	$(a\in\mathbb{R}_+^*)$	$\mathbb{R}$
$\ln\lvert x\rvert$	$\longrightarrow$	$\frac{1}{x}$		$\mathbb{R}^*$
$\cos x$	$\longrightarrow$	$-\sin x$		$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\longrightarrow$	$\cos x$		$\mathbb{R}$
$\tan x$	$\longrightarrow$	$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$		$\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$
$\operatorname{ch} x$	$\longrightarrow$	$\operatorname{sh} x$		$\mathbb{R}$
$\operatorname{sh} x$	$\longrightarrow$	$\operatorname{ch} x$		$\mathbb{R}$
$\operatorname{th} x$	$\longrightarrow$	$1-\operatorname{th}^2 x=\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$		$\mathbb{R}$
$\operatorname{Arccos} x$	$\longrightarrow$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$		$]-1;1[$
$\operatorname{Arcsin} x$	$\longrightarrow$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$		$]-1;1[$
$\operatorname{Arctan} x$	$\longrightarrow$	$\frac{1}{1+x^2}$		$\mathbb{R}$

Primitives

$(x-x_0)^n$	$\longrightarrow$	$\frac{(x-x_0)^{n+1}}{n+1}$	$(x_0\in\mathbb{R},\ n\in\mathbb{N})$	$\mathbb{R}$
			$(x_0\in\mathbb{R},\ n\in\mathbb{Z}, n\leqslant -2)$	$]-\infty;x_0[\,,\,]x_0;+\infty[$
$(x-x_0)^\alpha$	$\longrightarrow$	$\frac{(x-x_0)^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	$(x_0\in\mathbb{R},\ \alpha\in\mathbb{C}\setminus\{-1\})$	$]x_0;+\infty[$
$(x-(a+ib))^n$	$\longrightarrow$	$\frac{(x-(a+ib))^{n+1}}{n+1}$	$(b\neq 0,\ n\in\mathbb{Z}\setminus\{-1\})$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x-a}$	$\longrightarrow$	$\ln\lvert x-a\rvert$	$(a\in\mathbb{R})$	$]-\infty;a[\,,\,]a;+\infty[$
$\frac{1}{x-(a+ib)}$	$\longrightarrow$	$\frac{1}{2}\ln\left[(x-a)^2+b^2\right]+i\operatorname{Arctan}\frac{x-a}{b}$	$(b\neq 0)$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\longrightarrow$	$\operatorname{Arctan} x$		$\mathbb{R}$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\longrightarrow$	$\operatorname{Arcsin} x$		$]-1;1[$
$\ln x$	$\longrightarrow$	$x(\ln x-1)$		$]0;+\infty[$
$e^{\alpha x}$	$\longrightarrow$	$\frac{1}{\alpha}e^{\alpha x}$	$(\alpha\in\mathbb{C}^*)$	$\mathbb{R}$

$\cos x$	$\longrightarrow$	$\sin x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\longrightarrow$	$-\cos x$	$\mathbb{R}$
$\tan x$	$\longrightarrow$	$-\ln\lvert\cos x\rvert$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right[$
$\operatorname{ch} x$	$\longrightarrow$	$\operatorname{sh} x$	$\mathbb{R}$
$\operatorname{sh} x$	$\longrightarrow$	$\operatorname{ch} x$	$\mathbb{R}$
$\operatorname{th} x$	$\longrightarrow$	$\ln(\operatorname{ch} x)$	$\mathbb{R}$
$\cos^2 x$	$\longrightarrow$	$\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}$	$\mathbb{R}$
$\sin^2 x$	$\longrightarrow$	$\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}$	$\mathbb{R}$
$\tan^2 x$	$\longrightarrow$	$\tan x - x$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right[$
$\operatorname{th}^2 x$	$\longrightarrow$	$x-\operatorname{th} x$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{\sin x}$	$\longrightarrow$	$\ln\left\lvert\tan\frac{x}{2}\right\rvert$	$]k\pi;(k+1)\pi[$
$\frac{1}{\cos x}$	$\longrightarrow$	$\ln\left\lvert\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right\rvert$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right[$
$\frac{1}{\operatorname{sh} x}$	$\longrightarrow$	$\ln\left\lvert\operatorname{th}\frac{x}{2}\right\rvert$	$]-\infty;0[\,,\,]0;+\infty[$
$\frac{1}{\operatorname{ch} x}$	$\longrightarrow$	$2\operatorname{Arctan} e^x$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\longrightarrow$	$\tan x$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right[$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$\longrightarrow$	$-\operatorname{cotan} x$	$]k\pi;(k+1)\pi[$
$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$	$\longrightarrow$	$\operatorname{th} x$	$\mathbb{R}$

PONSOLLE - PCSI 3